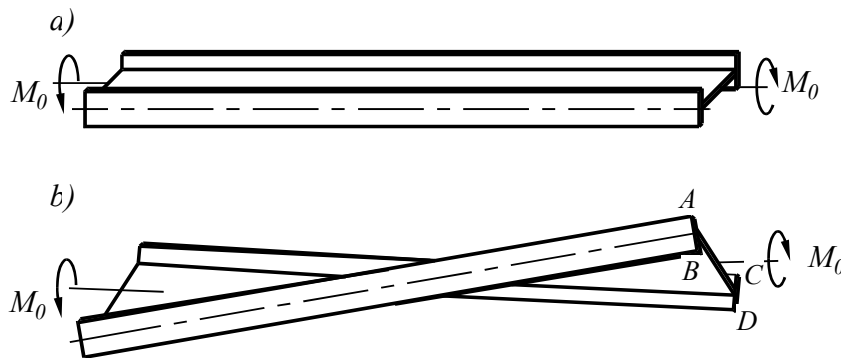


3.10 Ograničeno uvijanje tankozidih otvorenih profila (Uvojno savijanje)

3.10.1 Razlike između slobodnog (čistog) i ograničenog (ometenog) uvijanja

Kod slobodnog uvijanja nekog tankozidog štapa otvorenog profila, dolazi samo do "upredanja" elemenata preseka, tj. vlakna ne menjaju svoju dužinu. Na (Sl. 3.47) prikazano je slobodno uvijanje I profila kod koga se pojasevi međusobno zaokreću za neki ugao oko ose uvijanja, ali ostaju pravi. Pri tome se i ivice pojaseva profila AB i CD (Sl. 3.47.b) međusobno zaokreću, tako da prethodno ravan poprečni presek štapa, prestaje to da bude, odnosno dolazi do njegovog vitoperenja koje se naziva **deplanacija**.

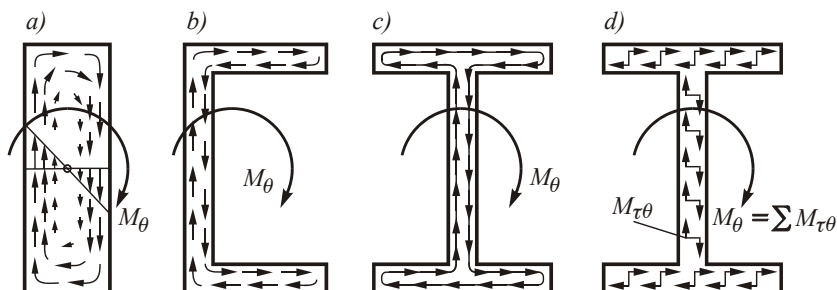


Sl. 3.47

Zbog toga što je deplanacija slobodna (neometana), raspodela tangencijalnih napona u svim poprečnim preseccima duž štapa je jednaka, a njihov tok po tankozidnoj konturi se poklapa sa membranskom analogijom (Sl. 3.48).

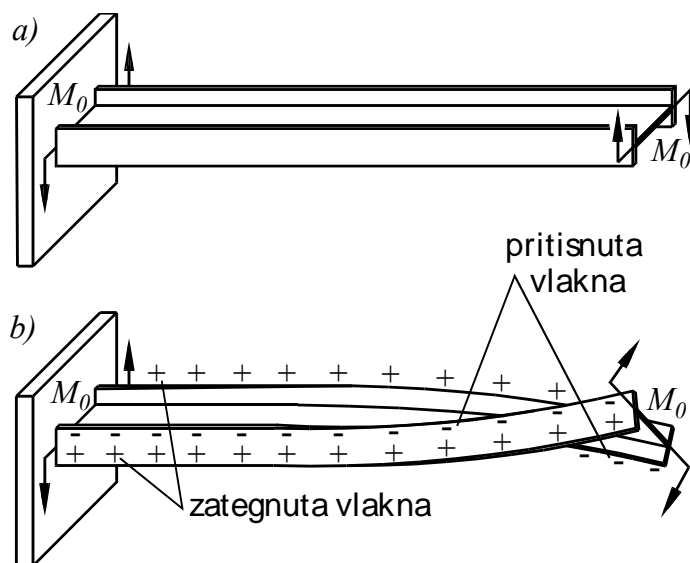
Pošto se dužina vlakana između poprečnih preseca duž štapa ne menja, biće dilatacija $\varepsilon_z = 0$, tako da nema pojave normalnih napona. Ovo su karakteristike **slobodnog** ili **čistog uvijanja**.

Kada zbog uslova oslanjanja ili oblika opterećenja štapa, dođe do ograničavanja slobodne deplanacije pri uvijanju, pojaviće se pored uvijanja i savijanje. Ovakav slučaj uvijanja naziva se **ometeno ili ograničeno uvijanje (uvojno savijanje)**.



Sl. 3.48

Karakteristični primeri kod kojih se javlja ograničeno uvijanje (uvijanje sa savijanjem), prikazani su na (Sl. 3.49 i Sl. 3.50).

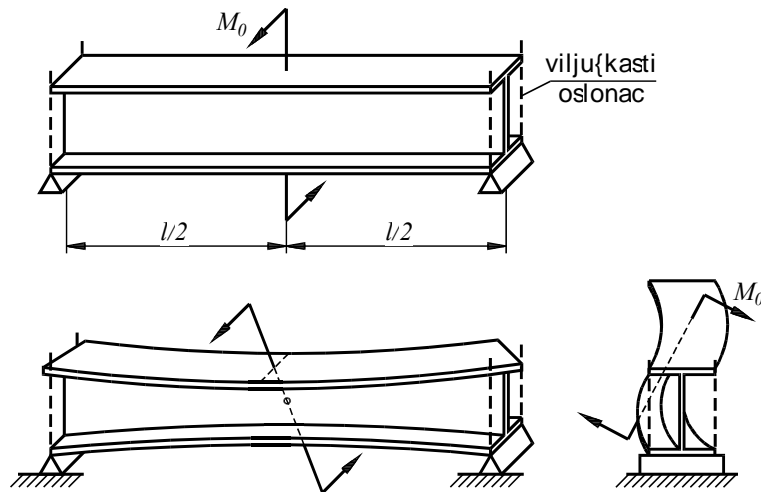


Sl. 3.49

U slučaju konzole opterećene na slobodnom kraju spregom M_0 , zbog nemogućnosti deplanacije na mestu ukleštenja, dolazi pri uvijanju i do savijanja pojaseva profila. Vlakna u ovom slučaju menjaju svoju dužinu, jer postoje zone zatezanja i zone pritiska na pojasevima profila, pa dolazi do pojave normalnih napona usled ograničenog uvijanja σ_ω .

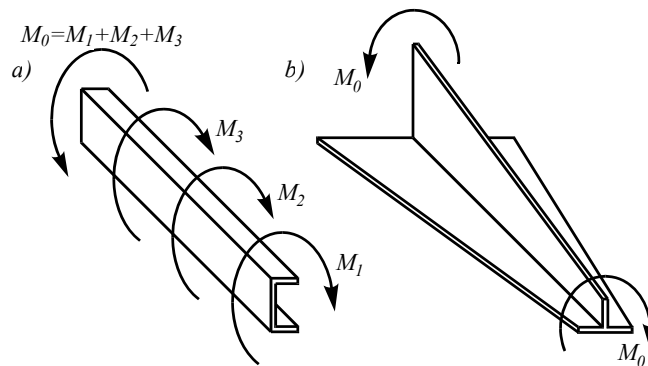
Pošto se savijanje menja duž raspona, postoji promena normalnih napona usled ograničenog uvijanja σ_ω koju uravnotežavaju odgovarajući tangencijalni naponi τ_ω . Ovo je potpuna analogija veze između normalnih i tangencijalnih napona pri klasičnom savijanju nosača silama (teorema Žuravskog).

Ograničeno uvijanje se javlja i u slu~aju kada je moment uvijanja (jedan ili vi{e) unesen izme~u tzv. "vilju{kastih" oslonaca {tapa. Oslonci {tapa "vilju{kastog" tipa su konstruktivno tako izvedeni da onemogu}avaju okretanje krajeva slobodno oslonjenog {tapa oko podu~ne ose z, ali ne spre}avaju deplanacije krajnjih preseka.



Sl. 3.50

Dakle, ograni~eno uvijanje se javlja u svim slu~ajevima kada je deplanacija du` {tapa nejednaka. Na (Sl. 3.51.a) usled dejstva nekoliko momenata dolazi do razli~itih uglova uvijanja segmenata izme~u momenata, tako da je deplanacija du` {tapa promenljiva. Isto tako, promenom krutosti {tapa usled podu~ne promene geometrije popre~nog preseka (Sl. 3.51.b), dolazi do razli~ite deplanacije du` {tapa.



Sl. 3.51

3.10.3 Deformacija, deplanacija i normalni napon ograničenog uvijanja. Bimoment

Pojava normalnih napona usled uvijanja σ_ω i njihovo uravnotežavanje sa nekim spoljašnjim uticajem koji ih izaziva, je analogija sa klasičnom teorijom savijanja. Ovde se samo uvodi pojam momenta drugog reda, tj. momenta od momenta ili **bimoment**-a, koji je definisan proizvodom momenata M na rastojanju njihovog ramena " h ", odnosno:

$$B = M \cdot h \quad (3.1)$$

Dakle, ova nova generalisana sila (moment), je uticaj koji izaziva neravnomernu deplanaciju preseka duž osi x i ekvivalentan je unutrašnje statički uravnoteženom sistemu sila u posmatranom preseku.

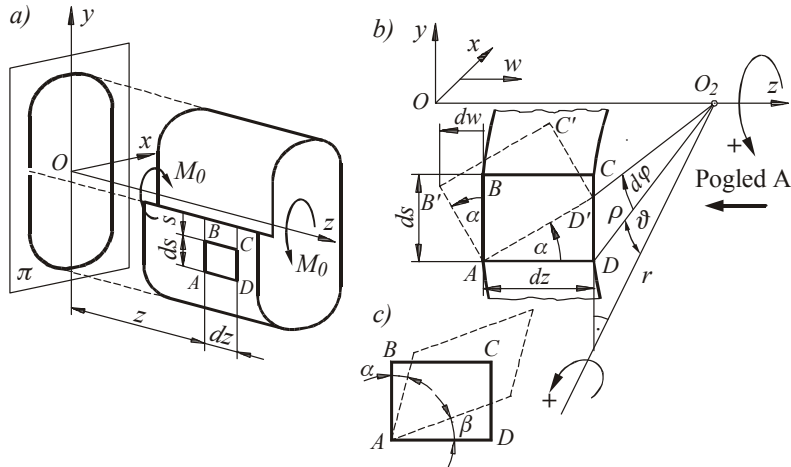
Na osnovu uslova ravnoteže (jednačine 3.157 ÷ 3.162) ne mogu se odrediti veličine M_ϕ , M_ω i B (jer još uvek nije poznata zakonitost raspodele σ_ω), osim što se preko jednačine (3.162) uspostavila veza između momenata uvijanja. Prema tome, sistem je statički neodređen i treba ga dopuniti potrebnim jednačinama da bi se mogao rešiti, formiranih na osnovu elastičnih deformacija sistema.

Ako se posmatra uvijanje tankozidog štapa sa proizvoljnom otvorenom konturom (Sl. 3.54), na osnovu druge hipoteze Vlasova, kontura ne gubi svoju početnu formu, tj. zadržava stalnost svoje projekcije na ravan π (Sl. 3.54). Pri tome, dolazi do deplanacije (pomeranje " w " tačka konture u pravcu ose z), kao i okretanja celog preseka oko ose kroz centar uvijanja O_2 za ugao uvijanja φ . Kod ograničenog uvijanja, ugao uvijanja φ je nejednako promenljiv duž štapa, za razliku od slobodnog uvijanja, kada je on jednoliko promenljiv duž štapa (Sl. 3.1).

Ugao klizanja γ , u opštem slučaju predstavlja promenu pravog ugla između stranica AB i AD elementarnog dela štapa konture $ABCD$ (Sl. 3.54.c), odnosno

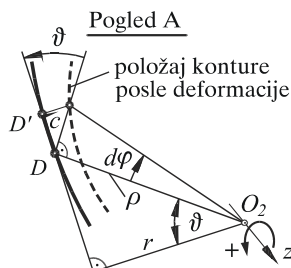
$$\gamma = \alpha + \beta.$$

Prema prvoj hipotezi Vlasova, na srednjoj površini debljine konture usvaja se da nema klizanja, tj. $\gamma = 0$, što znači da nema promene pravog ugla između ivica AB i AD , tako da usled deformacije tj. okretanja konture oko centra uvijanja dolazi do deplanacije konture.



Sl. 3.54

Ugao α , određuje se na osnovu pogleda A na (Sl. 3.54.b), tj. (Sl. 3.55):



Sl. 3.55

$$DD' = c \cdot \cos \vartheta, \quad r = \rho \cdot \cos \vartheta, \quad c = \rho d\varphi$$

$$DD' = \rho d\varphi \cos \vartheta = r d\varphi, \quad \frac{d\varphi}{dz} = \theta,$$

S obzirom da je ugao α mali ($\tan \alpha \approx \alpha$) biće:

$$\alpha = \frac{DD'}{dz} = -r \frac{d\varphi}{dz} = -r \theta \quad (3.2)$$

Positivnom smeru ugla α (smer suprotan kretanju satne kazaljke, gledano niz "r" prema O_2), odgovara negativan smer ugla $d\varphi$ (gledano sa vrha ose Oz - pogled A) (Sl. 3.54.b).

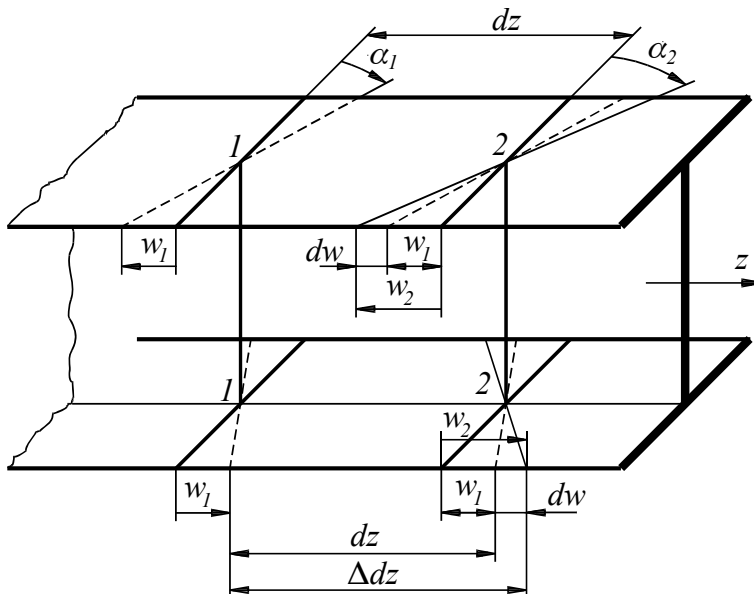
Priraštaj deplancije elementarne dužine konture ds (Sl. 3.54.b) iznosi:

$$dw = \alpha ds = -\theta r ds = -\theta d\omega, \text{ jer je } dw = r ds.$$

Kada se obiđe cela kontura, dobija se da je deplancija poprečnog preseka direktno proporcionalna sektorskoj koordinati ω , odnosno:

$$w = -\theta \omega \quad (3.3)$$

Uслед promene ugla uvijanja po jedinici dužine θ duž štapa, deplancija je iz preseka u presek različita, pa dolazi do promene dužine vlakna.



Sl. 3.56

Promena dužine elementarnog vlakna između dva susedna preseka (1) i (2) (Sl. 3.56), usled njihove različite deplanacije, iznosi:

$$dw = w_2 - w_1 = \Delta dz - dz .$$

Specifičan priraštaj dužine vlakna (dilatacija), s obzirom na (3.166) iznosi:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz - dz}{dz} = \frac{dw}{dz} = -\omega \frac{d\theta}{dz} . \quad (3.4)$$

Saglasno Hukovom zakonu, dobija se normalni napon usled ograničenog uvijanja:

$$\sigma_\omega = E \cdot \varepsilon_z = -E\omega \frac{d\theta}{dz} . \quad (3.5)$$

Ugao okretanja delova konture usled deplanacije “ α ” je konstantan za prave delove konture sa konstantnim r (Sl. 3.56), dok bi za proizvoljne krivolinijske konture on bio stalno promenljiv duž konture zbog $r(s)$.

Ako su pojasevi štapa opterećeni sa dva sprega M suprotnih smerova (Sl.3.57a), dobija se unutrašnje naponsko stanje ograničenog uvijanja. Ova dva spoljašnja sprega formiraju bimoment $B = M \cdot h$, koji u štapu izaziva normalne napone ograničenog uvijanja σ_ω .

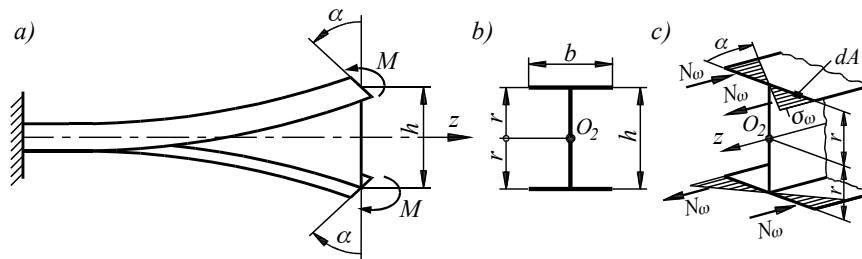
Bimoment se može smatrati generalisanom silom, čija je generalisano pomeranje ugao uvijanja po jedinici dužine θ .

Dokaz da je θ generalisano pomeranje bimomenta $B = Mh$, dobija se na osnovu rada spoljnih sila koje izazivaju krivljenje pojaseva profila, odnosno:

$$A_S = 2M|\alpha| = 2Mr\theta = Mh\theta = B\theta.$$

Elementarna unutrašnja sila (Sl. 3.57.c) iznosi:

$$dN_\omega = \sigma_\omega dA.$$



Sl. 3.57

Odgovarajuće pomeranje, elementarnoj unutrašnjoj sili, je izduženje vlakna pri deplanaciji preseka (3.166):

$$|w| = \theta\omega.$$

Veza bimomenta sa unutrašnjim naponima, dobija se iz jednakosti radova spoljnih i unutrašnjih generalisanih sila pri jediničnom generalisanom pomeranju, dakle pri $\theta = 1$, tj.:

$$B \cdot 1 = \int_A \sigma_\omega dA \cdot 1 \cdot \omega, \text{ odnosno zamenom izraza (3.168) dobija se:}$$

$$B = - \int_A E \omega \frac{d\theta}{dz} \omega dA = -E \frac{d\theta}{dz} \int_A \omega^2 dA,$$

$$B = -EI_\omega \frac{d\theta}{dz}, \quad (3.6)$$

$$\text{gde je } I_\omega = \int_A \omega^2 dA. \quad (3.7)$$

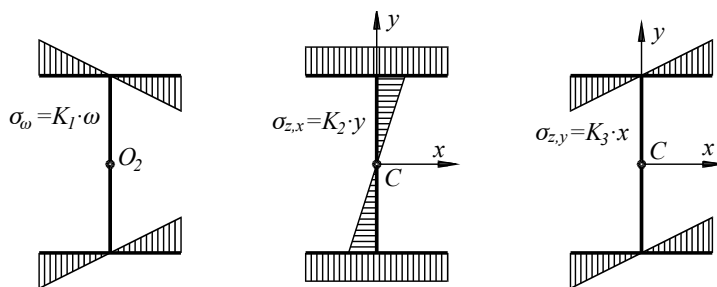
Ako se izraz (3.169) zameni u izraz (3.168), dobija se izraz za izračunavanje normalnih napona usled ograničenog uvijanja u obliku:

$$\sigma_\omega = \frac{B}{I_\omega} \cdot \omega = K_I \omega. \quad (3.8)$$

Po svojoj formi, izraz (3.171) je analogan izrazima za izražavanje normalnih napona od klasičnog savijanja:

$$\sigma_{z,x} = \frac{M_x}{I_x} y = K_2 y, \quad \sigma_{z,y} = \frac{M_y}{I_y} x = K_3 x. \quad (3.9)$$

Prema tome, promena normalnih napona po konturi proporcionalna je odgovarajućim koordinatama tačke konture: ω, x, y (Sl. 3.58).



Sl. 3. 58

Koeficijenti proporcionalnosti su konstante u preseku "z" duž nosača i iznose:

$$K_1 = \frac{B(z)}{I_\omega}, \quad K_2 = \frac{M_x(z)}{I_x}, \quad K_3 = \frac{M_y(z)}{I_y}. \quad (3.10)$$